

PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 02-113305
(43)Date of publication of application : 25.04.1990

(51)Int.Cl. G05B 19/415

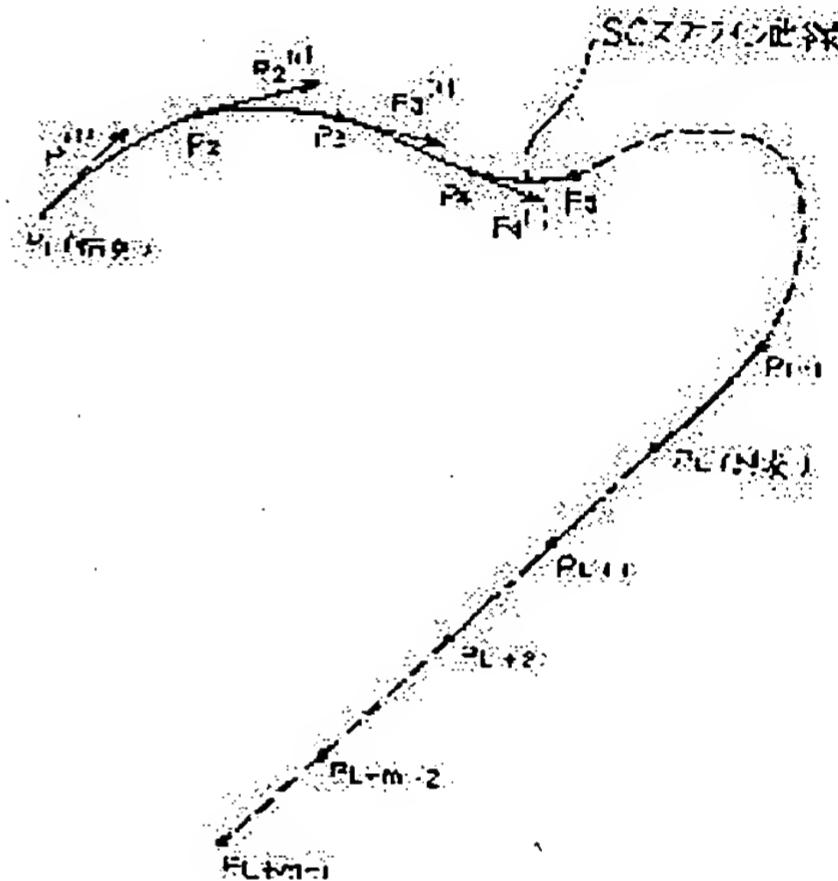
(21)Application number : 63-267827 (71)Applicant : FANUC LTD
(22)Date of filing : 24.10.1988 (72)Inventor : KAWAMURA HIDEAKI
SASAKI TAKAO
OTSUKI TOSHIAKI

(54) SPLINE INTERPOLATION SYSTEM

(57)Abstract:

PURPOSE: To obtain a practical spline curve in a short time even when the number of points to be interpolated increases by finding ternary splines between points in order from a constant number of points in a given point sequence.

CONSTITUTION: The primary differential vector $P_i(1)$ of a point P_i in all point sequence P_1-P_L is found approximated from the point sequence closest to the point P_i and a ternary expression is generated to perform spline interpolation. Namely, the ternary expression between the start point P_1 and next point P_2 is found from the coordinate values of specific points including the start point P_1 , e.g. points P_1-P_4 , the end point condition of the start point P_1 , and a linear differential vector $P_1(1)$ and the ternary spline curve between the start point and point P_2 is found. Then, a new point P_5 is added instead of the point P_1 to find the ternary spline curve and thus spline curves between points are found in order to perform the spline interpolation. Consequently, all dot sequences need not be read in and the practical spline interpolation is performed while the dot sequences are read in order from the head.



LEGAL STATUS

- [Date of request for examination]
- [Date of sending the examiner's decision of rejection]
- [Kind of final disposal of application other than the examiner's decision of rejection or application converted registration]
- [Date of final disposal for application]
- [Patent number]
- [Date of registration]
- [Number of appeal against examiner's decision of rejection]
- [Date of requesting appeal against examiner's decision of rejection]
- [Date of extinction of right]

⑫公開特許公報(A)

平2-113305

⑤Int.Cl.⁵

G 05 B 19/415

識別記号

A

庁内整理番号

7623-5H

⑬公開 平成2年(1990)4月25日

審査請求 未請求 請求項の数 4 (全16頁)

④発明の名称 スプライン補間方式

②特 願 昭63-267827

③出 願 昭63(1988)10月24日

⑦発明者 川村 英昭 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地 フアナツク
株式会社商品開発研究所内⑦発明者 佐々木 隆夫 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地 フアナツク
株式会社商品開発研究所内⑦発明者 大槻 俊明 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地 フアナツク
株式会社商品開発研究所内

⑦出願人 フアナツク株式会社 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場3580番地

⑦代理人 弁理士 服部 毅巖

明細書

を特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

1. 発明の名称

スプライン補間方式

(3) 前記端点条件は始点での1次微分ベクトルを与える、終点の1次微分ベクトルを0として、スプライン曲線を補間することを特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

2. 特許請求の範囲

(1) 与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

(4) 終点の後に補助点を設けて、終点近傍のスプライン曲線を求めることが特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトルを求め、

3. 発明の詳細な説明

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に続く点間のスプライン曲線を求め、

〔産業上の利用分野〕

前記始点の代わりに新しい次の点を加えて、順次点間の3次式を求めて、

本発明はスプライン補間方式に関し、特に与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式に関する。

3次スプライン曲線を求めることが特徴とするスプライン補間方式。

〔従来の技術及び発明が解決しようとする課題〕

(2) 前記端点条件は始点及び終点の2次微分ベクトルが0としてスプライン曲線を補間すること

与えられ点列を滑らかな曲線で補間する方法として、3次スプライン曲線で補間する方法が広く採用されている。

従来のスプライン補間は次のような方法で行っていた。

(i a) 指令された全点列を読み込む。

(ii a) 全点列データを含む連立方程式を作成し、それを解くことによって、各点における1次微分ベクトルを求める。これは後述のマトリックス式の逆マトリックスをもとめることによって行う。

(iii a) 上記によって計算された始点における1次微分ベクトルと第2点の1次微分ベクトルおよび与えられた始点と第2点の位置を条件として始点と第2点を結ぶ次のような3次式を求め、この式のパラメータ t を0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

$$P(t) = K_4 t^3 + K_3 t^2 + K_2 t + K_1$$

(ここで、 $P(t)$ は位置を表すベクトルであり、 K_4 、 K_3 、 K_2 、 K_1 は係数ベクトルである。)

(iv a) 同様に第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、補間を行う。

また、別の方針として、

間をおこなう。

ここで、上記の方法では、全ての指令点列を読み込み計算をする必要があるため、次の問題があった。

(a) 無制限に指令点数を増やすことができない。

(b) 指令点数が多いとマトリックス計算が膨大なものになり、多くのメモリ容量と計算時間を必要とする。

(c) マトリックス計算において精度の高い計算を行わないと後の指令点において不必要にスプライン曲線が指令点から離れてしまう。（発散、発振する。）

(d) 上記のマトリックス計算をプログラマ側が行う場合は、指令点が4点以上だと事実上入手では不可能であり、別の計算装置が必要である。

本発明はこのような点に鑑みてなされたものであり、与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式を提供することを目的とする。

(i b) 指令された全点列を読み込む。

(ii b) 全点列データを含む連立方程式を作成し、それを解くことによって、始点における1次微分ベクトルと第2点における1次微分ベクトルを求め、それらと始点および第2点の位置から始点における2次微分ベクトルを求める。

(iii b) 上記によって計算された始点における1次微分ベクトルと2次微分ベクトルを端点条件として始点と第2点を結ぶ上記同様の3次式を求め、この式のパラメータ t を0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

(iv b) 上記によって作成された3次式の第2点における1次微分ベクトルと2次微分ベクトルを端点条件として第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、同様にその式のパラメータ t を0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

このような手法により、第3点と第4点、第4点と第5点というように次々と繰り返すことにより、指令された全ての点列に対して3次式の補間を行うことにより、全点列に対するスプライン補

[課題を解決するための手段]

本発明では上記課題を解決するために、与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトルを求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の変わりに新しい次の点を加えて、順次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求めることを特徴とするスプライン補間方式、
が提供される。

[作用]

始点から最初の所定の点数によって、3次スプライン曲線を求め、最初の点の変わりに新しい点を追加し、3次スプライン曲線を求め、順次点間

のスプライン曲線を求めていくことにより、スプライン補間を行う。

これにより、全点列をあらかじめすべて読み込むことなく前から順に読み込みながら実用上問題のないスプライン曲線が可能になる。

(実施例)

以下、本発明の一実施例を図面に基づいて説明する。

『本発明の特徴』

最初に、本発明の特徴を述べると、上記(ii a)の従来のスプライン曲線の求め方における「全点列から各点における1次微分ベクトルを求める」ところにおいて、各点における1次微分ベクトルには全点列の内その点により近い点がより大きな影響を与えることに着目し、全点列の内その点により近い点列から近似的にその点の1次微分ベクトルを求め、3次式を作成してスプライン補間を行うことである。

スプライン曲線を構成する3次式は一般に、

$$P(t) = K_4 t^3 + K_3 t^2 + K_2 t + K_1 \quad \dots (1)$$

である。ただし、 $P(t)$ はパラメータ t によって変化する位置ベクトルであり、 K_4 、 K_3 、 K_2 、 K_1 は係数ベクトルである。つまり、XY、Z座標ならば

$P(t) = (x(t), y(t), z(t))$
であり、 $K_i = (K_{ix}, K_{iy}, K_{iz})$ (ここで、 $i = 1, 2, 3, 4$) である。また、パラメータ t は $0 \leq t \leq 1$ とする。

従って、1次微分ベクトル $P^{(1)}$ は次のように表される。

$$P^{(1)}(t) = 3K_4 t^2 + 2K_3 t + K_2 \quad \dots (2)$$

この時、各点での1次微分ベクトル $(P^{(1)})$ は次の方程式で表される。

$$(A) [P^{(1)}] = [B] \quad \dots (3)$$

ここで、1次微分ベクトルのマトリックス

$(P^{(1)})$ は、

また、始点において与えられる条件としては例えば次のような方式によって、実際的なスプライン曲線補間ができる。

(a) 任意の点列のみ与えられており、始点での2次微分ベクトルは0とする。

(b) 任意の点列と始点での1次微分ベクトルが与えられている。

『本発明の原理』

次に本発明の一般的な原理について述べる。

第1図にスプライン曲線すべき点列とスプライン曲線を示す。点 $P_1 \sim P_n$ は点列であり、点 P_1 は始点、点 P_n は終点、点 $P_{n+1} \sim P_{n+m}$ は終点 P_n 近傍の補間を行うための補助点である。 $P_1^{(1)} \sim P_n^{(1)}$ は各点の1次微分ベクトル、SCは求めるスプライン曲線である。

(1) 1次微分ベクトル

全点列 $P_1 \sim P_n$ (n 点) を通過する3次スプライン曲線の各点での1次微分ベクトルは一般に次のようにして計算する。

$$(P^{(1)}) = \begin{bmatrix} P_1^{(1)} \\ P_2^{(1)} \\ \vdots \\ P_n^{(1)} \end{bmatrix}$$

の n 行×1列のマトリックスであり、 $P_1^{(1)} \sim P_n^{(1)}$ は $P_1 \sim P_n$ における1次微分ベクトルである。

この時、マトリックス $[A]$ 及び $[B]$ は端点条件によって次のようになることが一般に知られている。

(i) 端点条件1の場合

(a) 始点(P_1)での2次微分ベクトルが0である。

(b) 終点(P_n)での2次微分ベクトルが0である。

この時、マトリックス $[A]$ は第4図に示すよ

うに、 n 行 $\times n$ 列である。また、マトリックス (B) は第 5 図に示すように、 n 行 $\times 1$ 列である。

(ii) 端点条件 2 の場合

(a) 始点 (P_i) における 1 次微分ベクトル $P_i^{(1)}$ が与えられている。

(b) 終点 (P_n) での 2 次微分ベクトルが 0 である。

この時、マトリックス (A) は第 6 図に示すように n 行 $\times n$ 列であり、マトリックス (B) は第 7 図に示すように n 行 $\times 1$ 列である。

(3 式) から、

$$(P_i^{(1)}) = (A)^{-1} (B)$$

として、 $(P_i^{(1)})$ を求めることができる。マトリックス $(A)^{-1}$ は第 8 図に表すように、 n 行 $\times n$ 列のマトリックスである。

このとき、第 8 図に示すマトリックス $(A)^{-1}$ の要素の絶対値は対角要素 ($a_{kk}, k = 1 \sim n$) が大きく、それから離れるに従って小さくなる。また、この行列は端点条件によって固定の行列である。

ることなく $P_i^{(1)}$ を求めることができる。

『3 次式の作成と補間』

P_i における 1 次微分ベクトル $P_i^{(1)}$ が得られれば、各点 P_i と $P_i^{(1)}$ を (1) 式と (2) 式に適用することにより次の条件式が得られる。

$$P_i = P_i(0) = K_{i1} \quad \dots \quad (8)$$

$$P_i^{(1)} = P_i^{(1)}(0) = K_{i2} \quad \dots \quad (9)$$

$$P_{i+1} = P_i(1)$$

$$= K_{i4} + K_{i3} + K_{i2} + K_{i1} \quad \dots \quad (10)$$

$$P_{i+1}^{(1)} = P_i^{(1)}(1)$$

$$= 3K_{i4} + 2K_{i3} + K_{i2} \quad \dots \quad (11)$$

(ここで、 $P_i(0)$, $P_i(1)$ は (1) 式の $P(t)$ を P_i から P_{i+1} に適用した場合の

$P_i(t)$ において $t = 0$ と $t = 1$ の時の値であり、 K_{i4} , K_{i3} , K_{i2} , K_{i1} は $P_i(t)$ における t^3 , t^2 , t^1 , t^0 の係数。また、

$P_i^{(1)}(0)$, $P_i^{(1)}(1)$ は $P_i(t)$ の

具体的には、端点条件 1 で n が 5 0 の場合、第 9 図の (5) 式に示すマトリックスとなる。また、端点条件 2 で n が 5 0 の場合第 10 図の (6) 式に示すマトリックスとなる。

『1 次微分ベクトルの近似』

上記の所論から、1 次微分ベクトル $P_i^{(1)}$ を、

$$P_i^{(1)} = a_{i,i-k} * b_{i-k} \quad (i - k \geq 1)$$

$$+ a_{i,i-k+1} * b_{i-k+1}$$

.....

$$+ a_{i,i} * b_i \quad (\text{対角項})$$

.....

$$+ a_{i,i+k-1} * b_{i+k-1}$$

$$+ a_{i,i+k} * b_{i+k} \quad (i - k \leq n)$$

..... (7)

と近似することができる。(k が大きければ近似の精度はよくなる。)

ここで、 b_i はマトリックス (B) の第 i 要素である。このことから、 (B) の全ての要素を使用することなく、つまり、全ての点列を必要とす

1 次微分ベクトルの $t = 0$ と $t = 1$ の時の値。)

これらの 4 式から 4 個の係数 K_{i4} , K_{i3} , K_{i2} , K_{i1} を求めることができる。

このようにして $P_i(t)$ を次々と求めて接続していくことによりスプライン曲線を作成する。

この方式によって 3 次式を求めるても、その 3 次式から得られる $P_i^{(1)}$ および $P_i^{(2)}$ の理論値に対する誤差は累積しないので、(7) 式の k を適当にとることによって誤差を十分小さくできる。そのため、本方式によるスプライン曲線によって、与えられた点列から理論的に求められるスプライン曲線との誤差が拡散することなく実用上問題のないスプライン曲線を得ることができる。

『具体例』

以下に、本方式の 1 つの具体例として、ある点 P_i まで補間が前進するとその次の点における 1 次微分ベクトル $P_{i+1}^{(1)}$ を求めることによってスプライン曲線を作成していく場合を示す。

『1番目の3次式の作成』

先ず1番目の3次式を作成し補間する。

(i) $P_1 \sim P_{1+m}$ ($m+1$ 個の点、 m は定数であり、 $m+1$ が読み込むバッファ数)を読み込む。

(ii) P_1 以降無限点あると考へて (7) 式から $P_2^{(1)}$ を求める。

(a) 始点において2次微分ベクトル $P_1^{(2)} = 0$ の場合、 P_1 以降無限点あると考へた場合のマトリックスも (5) 式のマトリックスにほぼ等しいため、(5) 式のマトリックスの2行目を用い、次のように $P_2^{(1)}$ を計算する。

$$P_2^{(1)} = -0.30940 \times 10^0 \times 3 (P_2 - P_1) + 0.30940 \times 10^0 \times 3 (P_3 - P_1)$$

(対角項)

$$-0.82904 \times 10^{-1} \times 3 (P_4 - P_2) + 0.22214 \times 10^{-1} \times 3 (P_5 - P_3) \dots \dots \dots + a_{2,m} \times 3 (P_{m+1} - P_{m-1})$$

(b) 始点において1次微分ベクトル $P_1^{(1)}$

$$P_1^{(1)} = P^{(1)}(0) = K_2 \quad \dots \quad (13) - 2$$

$$P_2 = P^{(1)}(1) = K_4 + K_3 + K_2 + K_1 \quad \dots \quad (14)$$

$$P_2^{(1)} = P^{(1)}(1)$$

$$= 3K_4 + 2K_3 + K_2 \quad \dots \quad (15)$$

これら (12), (13), (14), (15) の4個の条件式から係数 K_4 , K_3 , K_2 , K_1 を求め、3次式を作成し補間する。

『2番目以降の3次式の作成』

次に2番目以降(i 番目: $i >= 2$)の3次式を作成し補間する。

(i) P_{i+m} を読み込む。 $(P_i \sim P_{i+m}$ の $m+1$ 点を読み込んだ状態となる。)

(ii) P_i 以降無限点与えられているスプライン曲線を考え、この曲線の第2点目の近似接線ベクトル $P_{i+1}^{(1)}$ を (7) 式から計算する。

つまり、具体的には (6) 式のマトリックスの2行目を用いて次のように $P_{i+1}^{(1)}$ を計算する。

$$P_{i+1}^{(1)}$$

が与えられている場合、 P_i 以降無限点あると考へた場合のマトリックスも (6) 式のマトリックスにほぼ等しいため、(6) 式のマトリックスの2行目を用い、次のように $P_2^{(1)}$ を計算する。

$$P_2^{(1)} = -0.26795 \times 10^0 \times P_1^{(1)} + 0.26795 \times 10^0 \times 3 (P_3 - P_1) \quad (\text{対角項}) \\ -0.71797 \times 10^{-1} \times 3 (P_4 - P_2) + 0.19238 \times 10^{-1} \times 3 (P_5 - P_3) \dots \dots \dots + a_{2,m} \times 3 (P_{m+1} - P_{m-1})$$

$$(iii) P_1 = P(0) = K_1 \quad \dots \quad (12)$$

端点条件によって、次の(a)または(b)の条件を使用する。

(a) 始点において2次微分ベクトル $P_1^{(2)} = 0$ の場合 $P_1^{(2)} = 0$ つまり $2K_2 = 0$ $\dots \quad (13) - 1$

(b) 始点において1次微分ベクトル $P_1^{(1)}$ が与えられている場合

$$= -0.26795 \times 10^0 \times P_1^{(1)} + 0.26795 \times 10^0 \times 3 (P_{i+2} - P_i) \quad (\text{対角項})$$

$$-0.71797 \times 10^{-1} \times 3 (P_{i+3} - P_{i+1}) + 0.19238 \times 10^{-1} \times 3 (P_{i+4} - P_{i+2}) \dots \dots \dots + a_{2,m} \times 3 (P_{i+m} - P_{i+m-2})$$

$$(iii) P_1 = P_i(0) = K_1$$

$$P_1^{(1)} = P_i^{(1)}(0) = K_2$$

$(P_i^{(1)}$ は P_i までの3次式で求まっている。)

$$P_{i+1} = P_i(1) = K_4 + K_3 + K_2 + K_1$$

$$P_{i+1}^{(1)} = P_{i+1}^{(1)}(1) = 3K_4 + 2K_3 + K_2$$

これらの条件式から係数 K_4 , K_3 , K_2 , K_1 を求め、3次式を作成し補間する。

(3) 終点 P_L に達した時は補助点 P_L , P_{L+1} , \dots , P_{L+m} を作りながら (2) の手順を繰り返し、 $P_{L+m} \sim P_L$ 間の3次式を順次作成

する。

ただし、

$$\begin{aligned} P_{L+1} - P_L &= P_{L+2} - P_{L+1} = \dots \dots \dots \\ &= P_{L+m-1} - P_{L+m-2} \\ &= P_L - P_{L-1} \end{aligned}$$

とする。

「フローチャート」

第3図に本発明の処理のフローチャートを示す。図において、Sに続く数値はステップ番号を示す。

(S1) i を 1 にセットする。

(S2) $P_1 \sim P_{L+m}$ の点を読み込む。読み込む点が終点を越えているときは、補助点を作成して $m + 1$ 個の点にする。

(S3) $i = 1$ すなわち始点なら S4 へ、始点以外なら S5 へいく。

(S4) 始点を含めた条件で3次式を作成する。

(S5) 始点を含まない条件で3次式を作成する。

(S6) 作成された3次式の係数を求め、点間を3次式で補間する。

(S7) i を +1 して、次の点間の3次式の補間に移る。

(S8) P_i が終点かしらべ、終点でなければ、S2 へ戻り、補間を続行する。

「ハードウェアの構成」

第3図に本発明を実施するための数値制御装置(CNC)のハードウェアの構成を示す。図において、11は全体を制御するプロセッサ、12はスプライン曲線を計算するコントロールプログラム等が記憶されているROM、13はスプライン曲線の点の中間データ等が格納されるRAM、14は求められたスプライン曲線、加工プログラム、パラメータ等が記憶されている不揮発性メモリである。14aは加工プログラムである。

15はPMC(プログラマブル・マシン・コントローラ)であり、M機能、T機能等の指令を受けて、これらを工作機械を制御する信号に変換して出力する。M機能等はシーケンスプログラム15aで処理された後に入出力回路から機械側の制

御回路へ出力される。16は表示制御回路であり、ディジタルな信号を表示信号に変換する。16aは表示装置であり、CRT、液晶表示装置等が使用される。17はキーボードであり、各種のデータを入力するのに使用される。

18はサーボモータを制御するための位置制御回路、19はサーボモータの速度制御を行うためのサーボアンプ、20はサーボモータ、21は速度帰還のためのタコジェネレータ、22は位置検出器であり、パルスコーダ、光学スケール等が使用される。これらの要素は軸数分だけ必要であるが、ここでは1軸分のみ記載してある。

23は外部とのディジタル信号の授受を行う入出力回路であり、工具交換を制御する工具選択信号(T信号)等もここから機械側制御回路へ出力される。24は各軸をディジタルに移動させる手動パルス発生器である。

上記の構成ではプロセッサは1個で構成したが、全体を制御するプロセッサとスプライン曲線を求めるための演算用プロセッサを設けて、マルチプ

ロセッサ構成することもできる。また、演算速度を上げるために、コ・プロセッサ等を追加することもできる。

さらに、数値制御装置以外にも自動プログラム作成装置を使用して本発明のスプライン補間方式を適用することもできる。

〔発明の効果〕

以上説明したように本発明では、与えられた点列の一定数の点から順次、点間の3次スプライン曲線を求めるようにしたので、補間すべき点が多くなっても、短時間で実用的なスプライン曲線を得ることができる。

また、端点条件も2次微分ベクトルが0であるとすることにより、端点の条件を与えなくてもスプライン曲線の補間ができる。

さらに、終点の後に補助点を設けることにより、終点近傍でも滑らかなスプライン曲線を得ることができる。

4. 図面の簡単な説明

第1図はスプライン曲線の例を示す図、

第2図は本発明のスプライン曲線を求めるための処理のフローチャート、

第3図は本発明を実施するための数値制御装置のブロック図、

第4図はマトリックス(A)の構成を示す図、

第5図はマトリックス(B)の構成を示す図、

第6図は他のマトリックス(A)の構成を示す図、

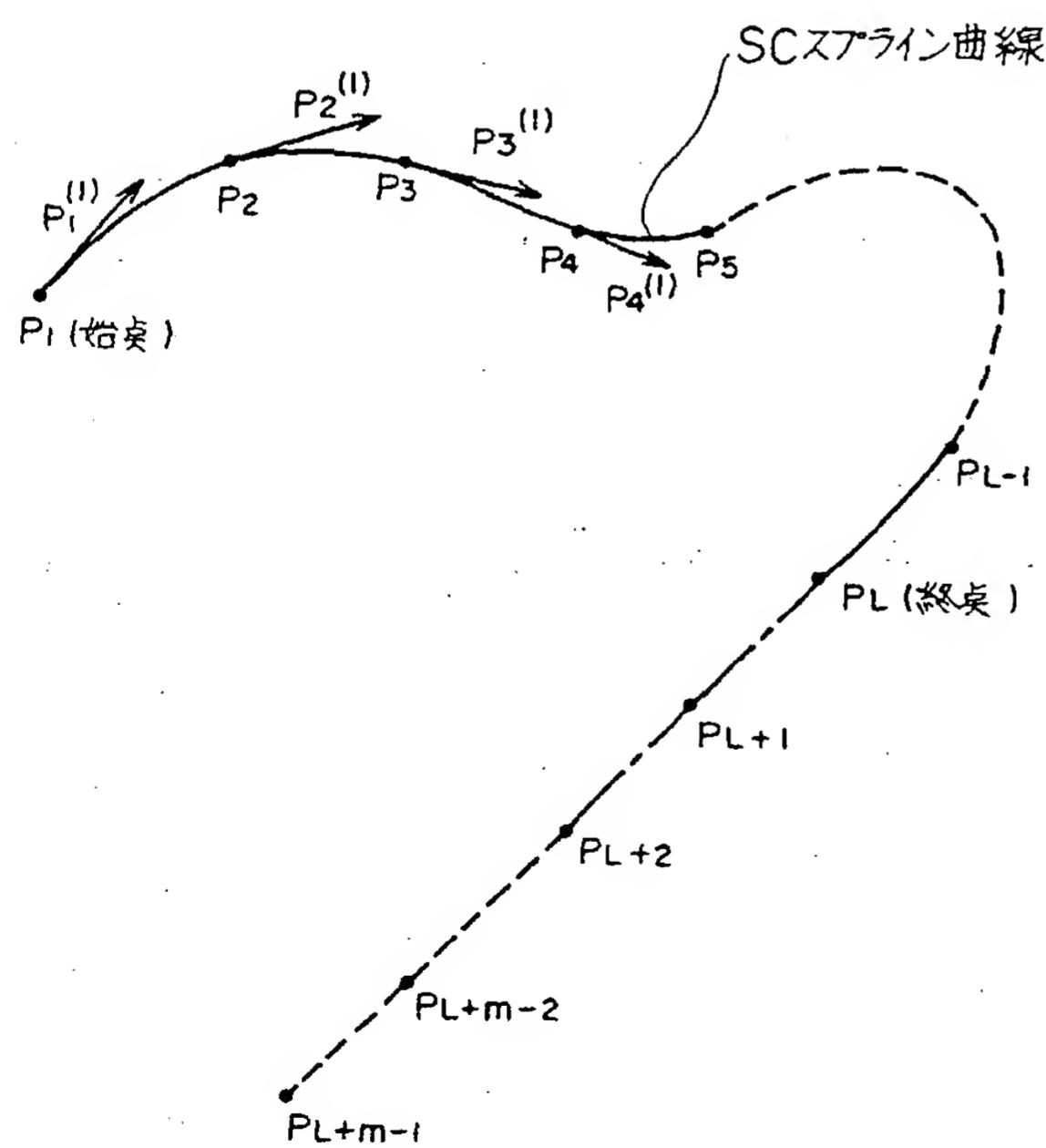
第7図は他のマトリックス(B)の構成を示す図、

第8図はマトリックス(A)⁻¹の一般構成を示す図、

第9図はマトリックス(A)⁻¹の具体例を示す図、

第10図は他のマトリックス(A)⁻¹の具体例を示す図である。

1.1 プロセッサ

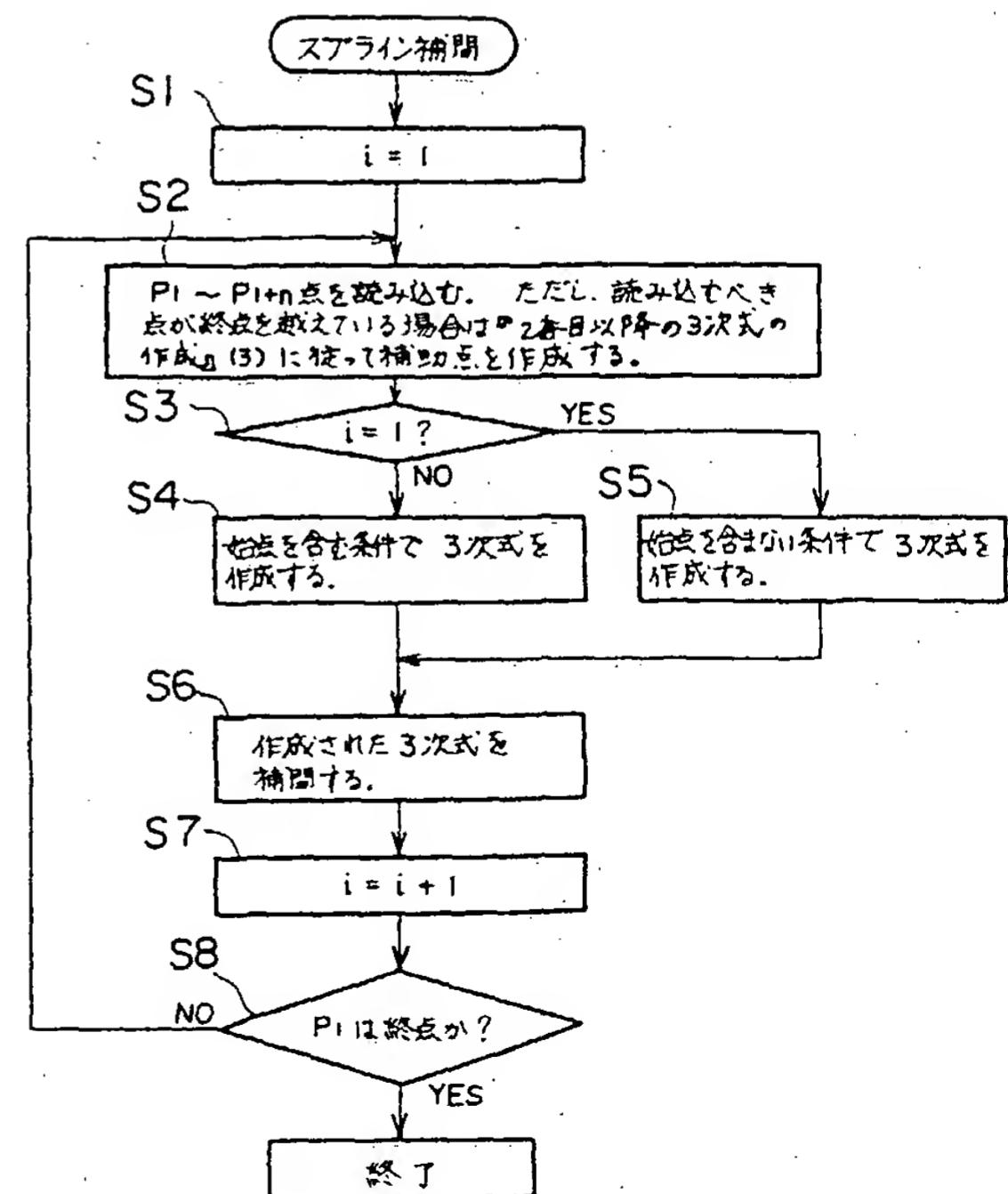


第1図

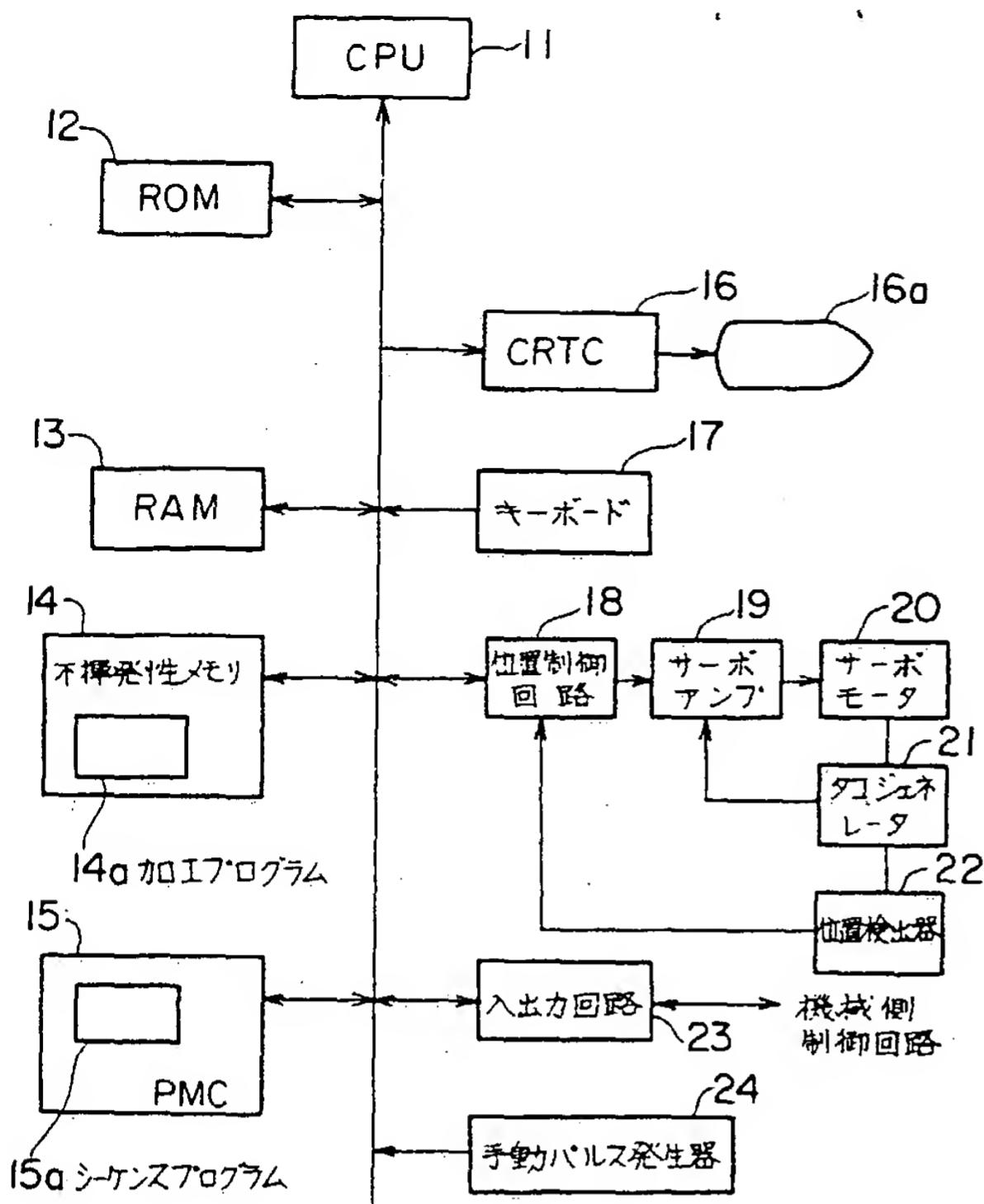
- 1.2 ROM
- 1.3 RAM
- 1.4 不揮発性メモリ
- 1.4 a 加工プログラム
- 1.5 PMC (プログラマブル・マシン・コントローラ)
- 1.5 a シーケンスプログラム
- 1.6 a 表示装置
- 1.7 キーボード
- P₁ 始点
- P_L 終点
- P_{L+1} ~ 補助点
- SC スプライン曲線

特許出願人 ファナック株式会社

代理人 弁理士 服部毅巖



第2図



第3図

$$[A] = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

第4図

$$[B] = \begin{bmatrix} 3(P_2 - P_1) \\ 3(P_3 - P_1) \\ 3(P_4 - P_2) \\ \vdots \\ 3(P_1 - P_{1-2}) \\ \vdots \\ 3(P_n - P_{n-2}) \\ 3(P_n - P_{n-1}) \end{bmatrix}$$

第5図

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

第6図

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1,0,1,2,0,1,3, \dots, 0,1,n \\ 0,2,1,0,2,2,0,2,3, \dots, 0,2,n \\ 0,3,1,0,3,2,0,3,3, \dots, 0,3,n \\ \vdots & \vdots \\ 0,n,1,0,n,2,0,n,3, \dots, 0,n,n \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} P_1(1) \\ 3(P_3 - P_1) \\ 3(P_4 - P_2) \\ \vdots \\ 3(P_1 - P_{1-2}) \\ \vdots \\ 3(P_n - P_{n-2}) \\ 3(P_n - P_{n-1}) \end{bmatrix}$$

第7図

第8図

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.11547 \cdot 10^1 & -0.15470 \cdot 10^0 & 0.41452 \cdot 10^{-1} & -0.11107 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ -0.30940 \cdot 10^0 & 0.30940 \cdot 10^0 & -0.82904 \cdot 10^{-1} & 0.22214 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ 0.82904 \cdot 10^{-1} & -0.82904 \cdot 10^{-1} & 0.29016 \cdot 10^0 & -0.77749 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ -0.22214 \cdot 10^{-1} & 0.22214 \cdot 10^{-1} & -0.77749 \cdot 10^{-1} & 0.28878 \cdot 10^0 & \dots & \dots \\ 0.59522 \cdot 10^{-2} & -0.59522 \cdot 10^{-2} & 0.20833 \cdot 10^{-1} & -0.77379 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & -0.11107 \cdot 10^{-1} & 0.41452 \cdot 10^{-1} & -0.15470 \cdot 10^0 & 0.57735 \cdot 10^0 \end{bmatrix}$$

---(5)式

第9図

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ -0.26795 \cdot 10^0 & 0.26795 \cdot 10^0 & -0.71797 \cdot 10^{-1} & 0.19238 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ 0.71797 \cdot 10^{-1} & -0.71797 \cdot 10^{-1} & 0.28719 \cdot 10^0 & -0.76915 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ -0.19238 \cdot 10^{-1} & 0.19238 \cdot 10^{-1} & -0.76952 \cdot 10^{-1} & 0.28857 \cdot 10^0 & \dots & \dots \\ 0.51548 \cdot 10^{-2} & -0.51548 \cdot 10^{-2} & 0.20619 \cdot 10^{-1} & -0.77322 \cdot 10^{-1} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & -0.11107 \cdot 10^{-1} & 0.41452 \cdot 10^{-1} & -0.15470 \cdot 10^0 & 0.57735 \cdot 10^0 \end{bmatrix}$$

---(6)式

第10図

手続補正書(自発)

全文訂正明細書

平成 1年 9月12日

特許庁長官 吉田文毅殿

1. 事件の表示 昭和63年特許願第267827号

2. 発明の名称 スプライン補間方式

3. 補正をする者

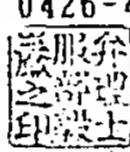
事件との関係 特許出願人

住所 山梨県南都留郡忍野村忍草字古馬場
3580番地名称 ファナック株式会社
代表者 稲葉 清右衛門

4. 代理人

住所 〒192 東京都八王子市元横山町2丁目3番9号
ホリエイセンタービル 電話 0426-45-6644

氏名 弁理士(9215)服部毅



5. 補正の対象 明細書全文及び図面の第2図

6. 補正の内容 別紙の通り

特許
1.9.13

を特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

(3) 前記端点条件は始点での1次微分ベクトルを与える、終点の2次微分ベクトルを0として、スプライン曲線を補間することを特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

(4) 終点の後に補助点を設けて、終点近傍のスプライン曲線を求める特徴とする特許請求の範囲第1項記載のスプライン補間方式。

3. 発明の詳細な説明

[産業上の利用分野]

本発明はスプライン補間方式に関し、特に与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式に関する。

[従来の技術及び発明が解決しようとする課題]

与えられた点列を滑らかな曲線で補間する方法として、3次スプライン曲線で補間する方法が広く採用されている。

1. 発明の名称

スプライン補間方式

2. 特許請求の範囲

(1) 与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトルを求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の代わりに新しい次の点を加えて、順次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求める特徴とするスプライン補間方式。

(2) 前記端点条件は始点及び終点の2次微分ベクトルが0としてスプライン曲線を補間すること

従来のスプライン補間は次のような方法で行っていた。

(i a) 指令された全点列を読み込む。

(ii a) 全点列データを含む連立方程式を作成し、それを解くことによって、各点における1次微分ベクトルを求める。これは後述のマトリックス式の逆マトリックスをもとめることによって行う。

(iii a) 上記によって計算された始点における1次微分ベクトルと第2点の1次微分ベクトルおよび与えられた始点と第2点の位置を条件として始点と第2点を結ぶ3次式を求め、この式のパラメータtを0から1へ変化させながら計算を行い位置を求める補間を行う。

$$P(t) = K_1 t^3 + K_2 t^2 + K_3 t + K_4$$

(ここで、P(t)は位置を表すベクトルであり、K₁、K₂、K₃、K₄は係数ベクトルである。)

(iv a) 同様に第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、補間を行う。

また、別の方法として、

- (i b) 指令された全点列を読み込む。
- (ii b) 全点列データを含む連立方程式を作成し、それを解くことによって、始点における1次微分ベクトルと第2点における1次微分ベクトルを求め、それらと始点および第2点の位置から始点における2次微分ベクトルを求める。
- (iii b) 上記によって計算された始点における1次微分ベクトルと2次微分ベクトルを端点条件として始点と第2点を結ぶ上記同様の3次式を求め、この式のパラメータ t を0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。
- (iv b) 上記によって作成された3次式の第2点における1次微分ベクトルと2次微分ベクトルを端点条件として第2点と第3点を結ぶ3次式を求め、同様にその式のパラメータ t を0から1へ変化させながら計算を行い位置を求め補間を行う。

このような手法により、第3点と第4点、第4点と第5点というように次々と繰り返すことにより、指令された全ての点列に対して3次式の補間を行うことにより、全点列に対するスプライン補

間をおこなう。

ここで、上記の方法では、全ての指令点列を読み込み計算をする必要があるため、次の問題があった。

- (a) 無制限に指令点数を増やすことができない。
- (b) 指令点数が多いとマトリックス計算が膨大なものになり、多くのメモリ容量と計算時間を必要とする。
- (c) マトリックス計算において精度の高い計算を行わないと後の指令点において不必要にスプライン曲線が指令点から離れてしまう。（発散、発振する。）
- (d) 上記のマトリックス計算をプログラマ側が行う場合は、指令点が4点以上だと事実上人手では不可能であり、別の計算装置が必要である。

本発明はこのような点に鑑みてなされたものであり、与えられた点列の内の所定の点から近似的にスプライン曲線を補間するスプライン補間方式を提供することを目的とする。

[課題を解決するための手段]

本発明では上記課題を解決するために、

与えられた点を、3次スプライン曲線で補間するスプライン補間方式において、

始点を含む所定数の点から、一次微分ベクトルを求め、

前記始点を含む所定の点の座標値、始点の端点条件及び前記一次微分ベクトルから前記始点と次の点間の3次式を求めて、前記始点と前記始点に続く点間のスプライン曲線を求め、

前記始点の変わりに新しい次の点を加えて、順次点間の3次式を求めて、

3次スプライン曲線を求めることが特徴とするスプライン補間方式、
が提供される。

[作用]

始点から最初の所定の点数によって、3次スプライン曲線を求め、最初の点の変わりに新しい点を追加し、3次スプライン曲線を求め、順次点間

のスプライン曲線を求めていくことにより、スプライン補間を行う。

これにより、全点列をあらかじめすべて読み込むことなく前から順に読み込みながら実用上問題のないスプライン補間が可能になる。

[実施例]

以下、本発明の一実施例を図面に基づいて説明する。

「本発明の特徴」

最初に、本発明の特徴を述べると、上記(ii a)の従来のスプライン曲線の求め方における「全点列から各点における1次微分ベクトルを求める」ところにおいて、各点における1次微分ベクトルには全点列の内その点により近い点がより大きな影響を与えることに着目し、全点列の内その点により近い点列から近似的にその点の1次微分ベクトルを求め、3次式を作成してスプライン補間を行うことである。

また、始点において与えられる条件としては例えば次のような方式によって、実際的なスプライン曲線補間ができる。

(a) 任意の点列のみ与えられており、始点での2次微分ベクトルは0とする。

(b) 任意の点列と始点での1次微分ベクトルが与えられている。

「本発明の原理」

次に本発明の一般的な原理について述べる。

第1図にスプライン補間すべき点列とスプライン曲線を示す。点 $P_1 \sim P_n$ は点列であり、点 P_1 は始点、点 P_n は終点、点 $P_{n+1} \sim P_{n+m}$ は終点 P_n 近傍の補間を行うための補助点である。 $P_1^{(1)} \sim P_n^{(1)}$ は各点の1次微分ベクトル、SCは求めるスプライン曲線である。

(1) 1次微分ベクトル

全点列 $P_1 \sim P_n$ (n点)を通過する3次スプライン曲線の各点での1次微分ベクトルは一般に次のようにして計算する。

$$[P^{(1)}] = \begin{bmatrix} P_1^{(1)} \\ P_2^{(1)} \\ \vdots \\ \vdots \\ P_n^{(1)} \end{bmatrix}$$

のn行×1列のマトリックスであり、 $P_1^{(1)} \sim P_n^{(1)}$ は $P_1 \sim P_n$ における1次微分ベクトルである。

この時、マトリックス[A]及び[B]は端点条件によって次のようになることが一般に知られている。

(i) 端点条件1の場合

(a) 始点(P_1)での2次微分ベクトルが0である。

(b) 終点(P_n)での2次微分ベクトルが0である。

この時、マトリックス[A]は第4図に示すよ

うに、スプライン曲線を構成する3次式は一般に、

$$P(t) = K_0 t^3 + K_1 t^2 + K_2 t + K_3 \quad (1)$$

である。ただし、 $P(t)$ はパラメータtによって変化する位置ベクトルであり、 K_0 、 K_1 、 K_2 、 K_3 は係数ベクトルである。つまり、XYZ座標ならば

$$P(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

であり、 $K_i = (K_{ix}, K_{iy}, K_{iz})$ (ここで、 $i = 1, 2, 3, 4$)である。また、パラメータtは $0 \leq t \leq 1$ とする。

従って、1次微分ベクトル $P^{(1)}$ は次のように表される。

$$P^{(1)}(t) = 3K_0 t^2 + 2K_1 t + K_2 \quad (2)$$

この時、各点での1次微分ベクトル $[P^{(1)}]$ は次の方程式で表される。

$$[A] [P^{(1)}] = [B] \quad (3)$$

ここで、1次微分ベクトルのマトリックス $[P^{(1)}]$ は、

うに、n行×n列である。また、マトリックス[B]は第5図に示すように、n行×1列である。

(ii) 端点条件2の場合

(a) 始点(P_1)における1次微分ベクトル $P_1^{(1)}$ が与えられている。

(b) 終点(P_n)での2次微分ベクトルが0である。

この時、マトリックス[A]は第6図に示すようにn行×n列であり、マトリックス[B]は第7図に示すようにn行×1列である。

(3式)から、

$$[P^{(1)}] = [A]^{-1} [B]$$

として、 $[P^{(1)}]$ を求めることができる。マトリックス $[A]^{-1}$ は第8図に表すように、n行×n列のマトリックスである。

このとき、第8図に示すマトリックス $[A]^{-1}$ の要素の絶対値は対角要素(a_{kk} , $k = 1 \sim n$)が大きく、それから離れるに従って小さくなる。また、この行列は端点条件によって固定の行列である。

具体的には、端点条件1でnが5-0の場合、第9図の(5)式に示すマトリックスとなる。また、端点条件2でnが5-0の場合第10図の(6)式に示すマトリックスとなる。

「1次微分ベクトルの近似」

上記の所論から、1次微分ベクトル $P_{1,1}^{(1)}$ を、

$$\begin{aligned} P_{1,1}^{(1)} = & a_{1,1-k} * b_{1-k} \quad (i-k \geq 1) \\ & + a_{1,1-k+1} * b_{1-k+1} \\ & \cdots \cdots \\ & + a_{1,1} * b_1 \quad (\text{対角項}) \\ & \cdots \cdots \\ & + a_{1,1+k-1} * b_{1+k-1} \\ & + a_{1,1+k} * b_{1+k} \quad (i+k \leq n) \end{aligned} \quad (7)$$

と近似することができる。(kが大きければ近似の精度はよくなる。)

ここで、 b_i はマトリックス[B]の第i要素である。このことから、[B]の全ての要素を使用することなく、つまり、全ての点列を必要とす

1次微分ベクトルの $t=0$ と $t=1$ の時の値。)

これらの4式から4個の係数 K_{11} 、 K_{12} 、 K_{13} 、 K_{14} を求めることができる。

このようにして $P_{1,1}(t)$ を次々と求めて接続していくことによりスプライン曲線を作成する。

この方式によって3次式を求めて、その3次式から得られる $P_{1,1}^{(1)}$ および $P_{1,1}^{(2)}$ の理論値に対する誤差は累積しないので、(7)式のkを適当にとることによって誤差を十分小さくできる。そのため、本方式によるスプライン曲線によって、与えられた点列から理論的に求められるスプライン曲線との誤差が拡散することなく実用上問題のないスプライン曲線を得ることができる。

「具体例」

以下に、本方式の1つの具体例として、ある点 P_1 まで補間が前進するとその次の点における1次微分ベクトル $P_{1,1}^{(1)}$ を求ることによってスプライン曲線を作成していく場合を示す。

ることなく $P_{1,1}^{(1)}$ を求めることができる。

「3次式の作成と補間」

P_1 における1次微分ベクトル $P_{1,1}^{(1)}$ が得られれば、各点 P_1 と $P_{1,1}^{(1)}$ を(1)式と(2)式に適用することにより次の条件式が得られる。

$$P_1 = P_1(0) = K_{11} \quad (8)$$

$$P_1^{(1)} = P_1^{(1)}(0) = K_{12} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_{1,1} &= P_1(1) \\ &= K_{14} + K_{13} + K_{12} + K_{11} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P_{1,1}^{(1)} &= P_1^{(1)}(1) \\ &= 3K_{14} + 2K_{13} + K_{12} \end{aligned} \quad (11)$$

(ここで、 $P_1(0)$ 、 $P_1(1)$ は(1)式の $P(t)$ を P_1 から $P_{1,1}$ に適用した場合の

$P_1(t)$ において $t=0$ と $t=1$ の時の値であり、 K_{11} 、 K_{12} 、 K_{13} 、 K_{14} は $P_1(t)$ における t^3 、 t^2 、 t^1 、 t^0 の係数。また、 $P_1^{(1)}(0)$ 、 $P_1^{(1)}(1)$ は $P_1(t)$ の

「1番目の3次式の作成」

先ず1番目の3次式を作成し補間する。

- (i) $P_1 \sim P_{1,m}$ ($m+1$ 個の点、 m は定数であり、 $m+1$ が読み込むバッファ数) を読み込む。
- (ii) P_1 以降無限点あると考えて(7)式から $P_{1,1}^{(1)}$ を求める。

(a) 始点において2次微分ベクトル $P_{1,1}^{(2)}=0$ の場合、 P_1 以降無限点あると考えた場合のマトリックスも(5)式のマトリックスには等しいため、(5)式のマトリックスの2行目を用い、次のように $P_{1,1}^{(1)}$ を計算する。

$$\begin{aligned} P_{1,1}^{(1)} = & -0.30940 \times 10^0 * 3 (P_2 - P_1) \\ & + 0.30940 \times 10^0 * 3 (P_3 - P_1) \\ & \quad (\text{対角項}) \\ & - 0.82904 \times 10^{-1} * 3 (P_4 - P_2) \\ & + 0.22214 \times 10^{-1} * 3 (P_5 - P_3) \\ & \cdots \cdots \\ & + a_{2,m} * 3 (P_{m+1} - P_{m-1}) \end{aligned}$$

(b) 始点において1次微分ベクトル $P_1^{(1)}$

[S 6] 作成された3次式の係数を求め、点間を3次式で補間する。

[S 7] iを+1して、次の点間の3次式の補間に移る。

[S 8] P_iが終点かしらべ、終点でなければ、S 2へ戻り、補間を続行する。

「ハードウェアの構成」

第3図に本発明を実施するための数値制御装置(CNC)のハードウェアの構成を示す。図において、11は全体を制御するプロセッサ、12はスプライン曲線を計算するコントロールプログラム等が記憶されているROM、13はスプライン曲線の点の中間データ等が格納されるRAM、14は求められたスプライン曲線、加工プログラム、パラメータ等が記憶されている不揮発性メモリである。14aは加工プログラムである。

15はPMC(プログラマブル・マシン・コントローラ)であり、M機能、T機能等の指令を受けて、これらを工作機械を制御する信号に変換し

全体を制御するプロセッサとスプライン曲線を求めるための演算用プロセッサを設けて、マルチプロセッサ構成することもできる。また、演算速度を上げるために、コ・プロセッサ等を追加することもできる。

さらに、数値制御装置以外にも自動プログラム作成装置を使用して本発明のスプライン補間方式を適用することもできる。

〔発明の効果〕

以上説明したように本発明では、与えられた点列の一定数の点から順次、点間の3次スプライン曲線を求めるようにしたので、補間すべき点が多くなっても、短時間で実用的なスプライン曲線を得ることができる。

また、端点条件も2次微分ベクトルが0であるとすることにより、端点つまり始点の1次微分ベクトルの条件を与えなくてもスプライン曲線の補間ができる。

さらに、終点の後に補助点を設けることにより、

て出力する。M機能等はシーケンスプログラム15aで処理された後に入出力回路から機械側の制御回路へ出力される。16は表示制御回路であり、ディジタルな信号を表示信号に変換する。16aは表示装置であり、CRT、液晶表示装置等が使用される。17はキーボードであり、各種のデータを入力するのに使用される。

18はサーボモータを制御するための位置制御回路、19はサーボモータの速度制御を行うためのサーボアンプ、20はサーボモータ、21は速度帰還のためのタコジェネレータ、22は位置検出器であり、パルスコーダ、光学スケール等が使用される。これらの要素は軸数分だけ必要であるが、ここでは1軸分のみ記載してある。

23は外部とのディジタル信号の授受を行う入出力回路であり、工具交換を制御する工具選択信号(T信号)等もここから機械側制御回路へ出力される。24は各軸をディジタルに移動させる手動パルス発生器である。

上記の構成ではプロセッサは1個で構成したが、

終点近傍でも滑らかなスプライン曲線を得ることができることである。

4. 図面の簡単な説明

第1図はスプライン曲線の例を示す図、

第2図は本発明のスプライン曲線を求めるための処理のフローチャート、

第3図は本発明を実施するための数値制御装置のブロック図、

第4図はマトリックス[A]の構成を示す図、

第5図はマトリックス[B]の構成を示す図、

第6図は他のマトリックス[A]の構成を示す図、

第7図は他のマトリックス[B]の構成を示す図、

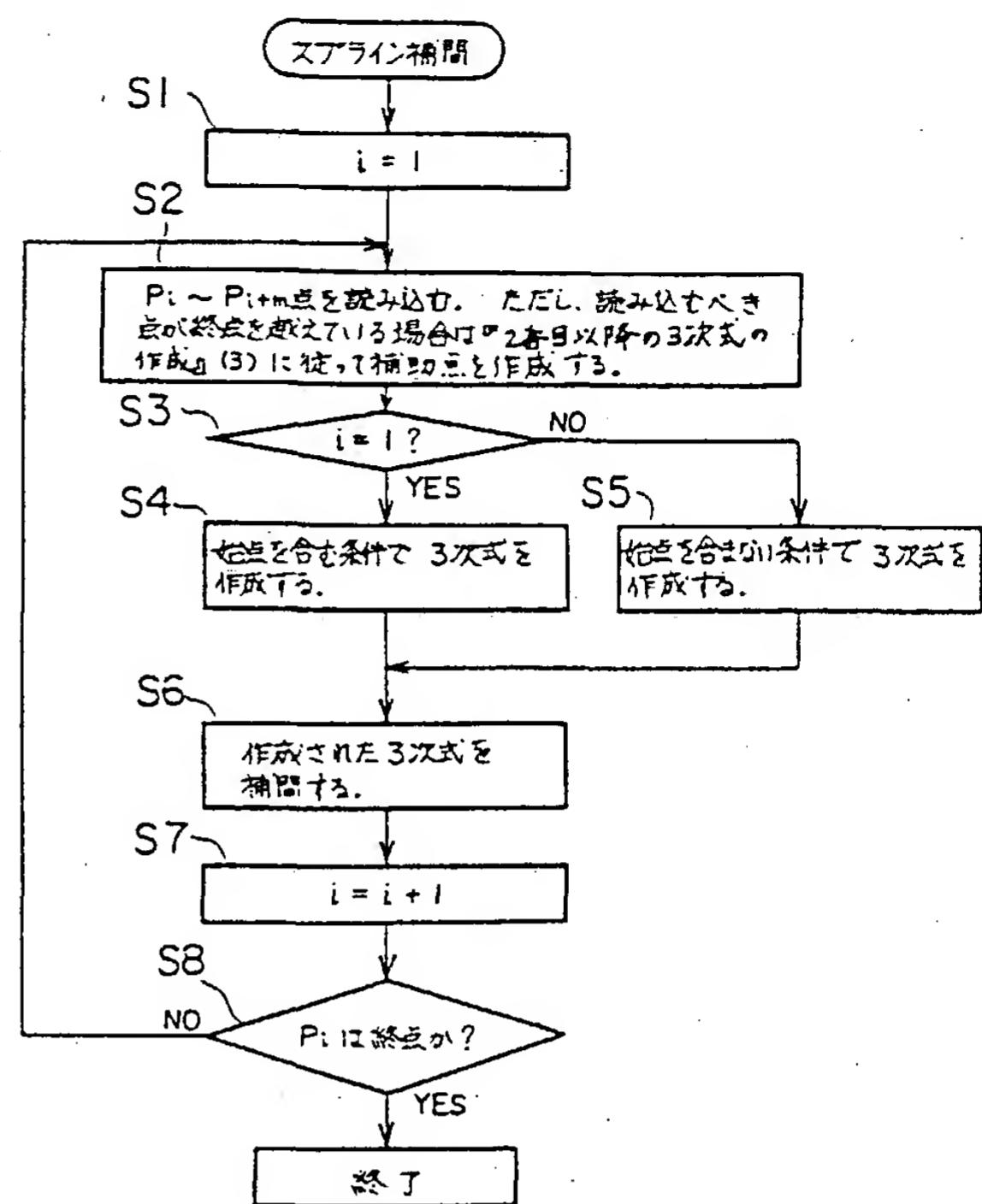
第8図はマトリックス[A]⁻¹の一般構成を示す図、

第9図はマトリックス[A]⁻¹の具体例を示す図、

第10図は他のマトリックス[A]⁻¹の具体例

を示す図である。

- 1 1 プロセッサ
- 1 2 ROM
- 1 3 RAM
- 1 4 不揮発性メモリ
- 1 4 a 加工プログラム
- 1 5 PMC (プログラマブル・マシン
・コントローラ)
- 1 5 a シーケンスプログラム
- 1 6 a 表示装置
- 1 7 キーボード
- P_i 始点
- P_L 終点
- $P_{L+1} \sim$ 補助点
- SC スプライン曲線



特許出願人 ファナック株式会社
代理人 弁理士 服部毅巖

第2図